



MATH CONTEST 2017

การสอบแข่งขันวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์ (MATH CONTEST 2017)
ครั้งที่ 7 โรงเรียนกุดชุมวิทยาฯ ประจำปีการศึกษา 2560
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 (ม.5)

วันเสาร์ที่ 27 มกราคม พ.ศ. 2561
เวลา 09.00 – 10.40 น.

ณ โรงเรียนกุดชุมวิทยาฯ อำเภอกุดชุม จังหวัดยโสธร
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 28

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้ ให้เวลาทำ 100 นาที คะแนนรวม 100 คะแนน
2. แบบทดสอบฉบับนี้มี 2 ตอน
 - ตอนที่ 1 เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ให้นักเรียนพิจารณาเลือกคำตอบที่ถูกต้องหรือเหมาะสมที่สุดเพียงคำตอบเดียว มี 20 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 40 คะแนน
 - ตอนที่ 2 เป็นแบบเขียนเฉพาะคำตอบ มี 20 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน รวม 60 คะแนน
3. การตอบข้อสอบทุกข้อให้ทำลงในกระดาษคำตอบที่จัดไว้ให้
4. ให้นักเรียนกรอกข้อมูลลงบนหัวกระดาษคำตอบให้สมบูรณ์
5. หากนักเรียนต้องการทบทวน ให้นักเรียนทบทวนในตัวข้อสอบได้
6. ให้ลงมือทำข้อสอบได้เมื่อรับคำสั่งจากกรรมการผู้กำกับการสอบ
7. เมื่อหมดเวลาสอบให้หยุดทำข้อสอบทันที แล้วส่งกระดาษคำตอบคืนแก่กรรมการ ส่วนแบบทดสอบให้นักเรียนนำกลับไปได้
8. เกียรติบัตรที่นักเรียนเข้าสอบให้ทำการดาวน์โหลดและพิมพ์เกียรติบัตรที่เว็บไซต์กลุ่มสาระคณิตศาสตร์
9. ประกาศผลสอบวันพุธที่ 1 กุมภาพันธ์ 2561 ณ บอร์ดประชาสัมพันธ์ของโรงเรียน ทางเว็บไซต์กลุ่มสาระ www.mathkc.wordpress.com และ [facebook.com/mathkc](https://www.facebook.com/mathkc)

😊 ตอนที่ 1 แบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก 20 ข้อ (40 คะแนน)

1. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์คือ เซตของจำนวนนับ

ถ้า $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ $B = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ และ $C = \{x | (x+1)(x+2) = 0\}$

แล้ว ข้อใดผิด

- | | |
|-----------------------------|--|
| 1. $A \cap C = B \cap C$ | 2. $B \cup C = B$ |
| 3. $B - A = \{12, 16, 20\}$ | 4. $(A \cap C) \cup B = \{8, 12, 16, 20\}$ |

2. สำหรับจำนวนจริง x, y และ z ใด ๆ ข้อใดต่อไปนี้ เป็นจริง

- | | |
|--|---------------------------------|
| 1. $(x^n)^{\frac{1}{n}} = x$ ทุกจำนวนเต็มบวก n | 2. $x^2 + y^2 \leq 2xy$ |
| 3. ถ้า $x < y$ แล้ว $z < 0$ แล้ว $\frac{x}{z} > \frac{y}{z}$ | 4. ถ้า $x < y$ แล้ว $x^2 < y^2$ |

3. ให้ $a = \sqrt{18} - \sqrt{12}$ และ $b = \sqrt{75} - \sqrt{50}$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- (ก) a และ b เป็นจำนวนอตรรกยะ (ข) $3a < 2b$ (ค) $a + b < 2$

ข้อใดถูก

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 1. (ก) และ (ข) ถูก แต่ (ค) ผิด | 2. (ก) และ ค ถูก แต่ (ข) ผิด |
| 3. (ข) และ (ค) ถูก แต่ (ก) ผิด | 4. (ค) ถูก แต่ (ก) และ (ข) ผิด |

4. กำหนด “เหตุ” เป็นดังนี้ 1) สมาชิกทุกคนในชมรมดนตรีไทย จะเล่นซอด้วงได้

2) ผู้ที่เล่นซอด้วงได้ทุกคน จะเล่นซอด้วงได้ด้วย

3) นาย ก. เล่นซอด้วงได้ และ นาย ข. เล่นซอด้วงได้

ข้อใดต่อไปนี้ เป็น “ผล” ที่ทำให้ผลสรุปสมเหตุสมผล

- | | |
|-------------------------------------|-----------------------------------|
| 1. นาย ก. เล่นซอด้วงได้ | 2. นาย ก. เป็นสมาชิกชมรมดนตรีไทย |
| 3. นาย ข. ไม่เป็นสมาชิกชมรมดนตรีไทย | 4. นาย ข. เล่นซอด้วง และซอด้วงได้ |

5. กำหนดให้ a ที่ทำให้ $\frac{a^{-\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{3}{2}} + 16^{-\frac{1}{2}} \cdot 27^{\frac{1}{3}}}{5\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} + 2\left(\frac{1}{2}\right)^0} = \frac{1}{2}$ มีค่าเท่าใด

- | | |
|--------------------|-------------------|
| 1. $\frac{9}{2}$ | 2. $\frac{81}{4}$ |
| 3. $\frac{165}{4}$ | 4. 20 |

6. ถ้า $a = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ แล้ว $a^2 + \frac{1}{a^2}$ มีค่าเท่าใด

- | | |
|-----------------|-----------------|
| 1. 98 | 2. 49 |
| 3. $20\sqrt{6}$ | 4. $40\sqrt{6}$ |

7. กำหนดให้ $f(x) = (x-3)^2 - 4$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- (ก) กราฟของ f เป็นพาราโบลา (ข) ถ้า $x \in (1, 4]$ แล้ว $f(x) < 0$
 (ค) ถ้ากราฟของ f ตัดแกน y ที่จุด $(0, a)$ และค่าต่ำสุดของ f คือ b แล้ว $a + b = 1$

ข้อใดถูก

1. (ก), (ข) และ (ค) ถูกทั้งสามข้อ 2. (ก) และ (ข) ถูก แต่ (ค) ผิด
 3. (ก) และ (ค) ถูก แต่ (ข) ผิด 4. (ก) ถูก แต่ (ข) และ (ค) ผิด

8. จากผลการวิเคราะห์ของโรงงานแห่งหนึ่งพบว่า เมื่อผลิตสินค้า x (หน่วย : ร้อยชิ้น) โรงงานจะได้กำไร $P(x)$ โดยที่ $P(x) = ax^2 + bx + c$ (หน่วย : พันบาท) ถ้าไม่ผลิตเลย จะขาดทุน 5,000 บาท ถ้าผลิต 100 ชิ้น จะเท่าทุน และถ้าผลิต 200 ชิ้น จะได้กำไร 3,000 บาท เพื่อให้ได้กำไรสูงสุด โรงงานต้องผลิตสินค้ากี่ชิ้น

1. 360 2. 350
 3. 300 4. 320

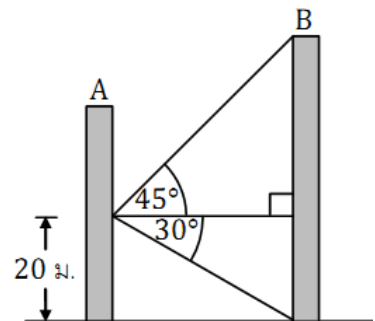
9. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม B เป็นมุมฉาก ถ้า $\cot A = \frac{12}{5}$

แล้ว $10\csc A - 12\sec A$ มีค่าเท่าใด

1. 8 2. 13 2. 26 3. 39

10. สূทศน์ยืนมองจากหน้าต่างห้องพักในตึก A ไปยังตึก B เขามองยอดตึก B เป็นมุมเงย 45° และมองฐานตึก B เป็นมุมก้ม 30° ถ้าหน้าต่างห้องพักอยู่สูงจากพื้นดิน 20 เมตร แล้วตึก B สูงกี่เมตร

1. $20\sqrt{3}$ เมตร 2. $20\left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ เมตร
 3. $20(1 + \sqrt{2})$ เมตร 4. $20(1 + \sqrt{3})$ เมตร



11. ถ้าพจน์ที่ 5 และพจน์ที่ 8 ของลำดับเรขาคณิต เป็น $\frac{1}{2}$ และ $-\frac{1}{16}$ ตามลำดับ แล้วพจน์ที่ 4 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -1 2. $-\frac{1}{2}$ 3. $-\frac{1}{4}$ 4. 1

12. เด็กชายคนหนึ่งต้องการออมเงินเพื่อซื้อรถจักรยานราคา 1,700 บาท โดยเก็บเงินเดือนละ 100 บาท และพ่อสัญญาว่าจะสมทบเงินให้ทุกเดือน เริ่มเดือนแรกให้ 10 บาท เดือนที่สองให้ 20 บาท และเดือนที่สามให้ 30 บาท และสมทบเงินให้มากขึ้นทุกเดือน ๆ ละ 10 บาท เขาต้องออมเงินอย่างน้อยกี่เดือนจึงจะมีเงินมากพอซื้อรถจักรยาน

1. 10 2. 11 3. 12 4. 13

13. ถ้าโยนเหรียญเที่ยงตรงเหรียญหนึ่ง 4 ครั้ง แล้วจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่เหรียญจะออกหัว 2 ครั้ง และก้อย 2 ครั้ง เท่ากับเท่าใด

1. 4 2. 5 3. 6 4. 7

14. บ้านพักและสถานที่ทำงานของวีรภาพตั้งอยู่ริมฝั่งแม่น้ำเจ้าพระยา วีรภาพโดยสารรถยนต์ไปทำงาน ตอนเช้าและกลับที่พักตอนเย็น ถ้ารถยนต์มีสามขนาด คือ ขนาดใหญ่ 3 ลำ ขนาดกลาง 5 ลำ และขนาดเล็ก 2 ลำ ถ้าการวิ่งรถยนต์โดยสารเป็นไปตามลำดับคิว และวีรภาพไม่เจาะจงโดยสารเรือลำหนึ่งลำใดโดยเฉพาะ ความน่าจะเป็นที่วีรภาพจะโดยสารรถยนต์ไปทำงานและกลับบ้านพัก ด้วยเรือคนละขนาดกัน มีค่าเท่าใด

1. $\frac{62}{90}$ 2. $\frac{62}{100}$ 3. $\frac{21}{100}$ 4. $\frac{21}{90}$

15. ข้อมูลชุดหนึ่งเรียงจากน้อยไปมาก ดังนี้ 5 10 12 20 x 26 30 42 47 y ถ้าข้อมูลชุดนี้มีพิสัยเท่ากับ 45 และค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 26.4 แล้ว ควอไทล์ที่สองของฐานข้อมูลชุดนี้เท่ากับข้อใด

1. 25 2. 24 3. 23 4. 21

16. ผลบวกของคำตอบของสมการ $12^x - 2(3^x) - 9(4^x) + 18 = 0$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. 1.00 2. 1.50 3. 2.00 4. 2.50

17. คำตอบของสมการ $\log_{\sqrt{2}}(4-x) = \log_2(9-4x)+1$ อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1. $[-10, 6)$ 2. $[-6, -2)$
3. $[-2, 2)$ 4. $[2, 6)$

18. กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยม โดยที่ $\sin A = \frac{3}{5}$ และ $\cos B = \frac{5}{13}$ ค่าของ $\cos C$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{16}{65}$ 2. $-\frac{16}{65}$
3. $\frac{48}{65}$ 4. $-\frac{33}{65}$

19. กำหนดให้ $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน M เป็นจุดบนด้าน AD ซึ่ง $\overline{AM} = \frac{1}{5}\overline{AD}$ และ N เป็นจุดบน

เส้นทแยงมุม AC ซึ่ง $\overline{AN} = \frac{1}{6}\overline{AC}$ ถ้า $\overline{MN} = a\overline{AB} + b\overline{AD}$ แล้ว $a+b$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{3}$ 2. $\frac{1}{5}$ 3. $\frac{2}{15}$ 4. 1

20. ให้ z_1 และ z_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อน ถ้า $z_1^{-1} = \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ เมื่อ $i^2 = -1$ และ $5z_1 + 2z_2 = 5$

แล้ว $\overline{z_2}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (เมื่อ $\overline{z_2}$ แทนสังยุค (conjugate) ของ z_2)

1. $3-2i$ 2. $3+2i$ 3. $1-2i$ 4. $1+2i$

ตอนที่ 2 เขียนเฉพาะคำตอบ 20 ข้อ (60 คะแนน)

1. หมู่บ้านแห่งหนึ่งมี 60 ครอบครัว ที่มีอาชีพทำนา ทำสวน หรือเลี้ยงสัตว์ ถ้าทำนา 34 ครอบครัว ทำสวน 38 ครอบครัว ทำนาและทำสวน 8 ครอบครัว ทำนาและเลี้ยงสัตว์ 23 ครอบครัว ทำสวนและเลี้ยงสัตว์ 20 ครอบครัว ทำนาอย่างเดียว 6 ครอบครัว แล้วมีทั้งหมดกี่ครอบครัวที่มีอาชีพเพียงอาชีพเดียว

2. จำนวนเต็ม x ที่ทำให้ $\sqrt{16 - 6x - x^2}$ เป็นจำนวนจริง มีทั้งหมดกี่จำนวน

3. จากรูปแบบต่อไปนี้

$$\begin{array}{cccccc} 2 * 3 = 5 & 4 * 1 = 25 & 3 * 4 = 49 & 5 * 2 = 49 & 6 * 3 = 81 \\ 2 \bullet 3 = 1 & 4 \bullet 1 = 7 & 5 \bullet 2 = 8 & 7 \bullet 5 = 9 & 9 \bullet 6 = 12 \end{array}$$

โดยการให้เหตุผลแบบอุปนัย จงหาค่า $(7 * 6) \bullet 9$ มีค่าเท่าไร

4. ถ้าช่วงเปิด (a, b) เป็นเซตคำตอบของอสมการ $|x-1| + |6-3x| < 17$ และ $x > 2$ แล้ว $a^2 + b^2$ เท่ากับเท่าใด

5. ถ้า a และ b เป็นความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่ 9 ตารางหน่วย และ 12 ตารางหน่วย ตามลำดับ แล้ว เซต $\{a, b, ab, a + b, a - b, a^2 + b^2\}$ มีจำนวนตรรกยะกี่ตัว

6. ถ้า $x = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ และ $y = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$ แล้ว $x^2 - 8xy + y^2$ เท่ากับเท่าใด

7. ให้ k เป็นคำตอบของสมการ แล้ว $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = 155\sqrt{5}$ แล้ว $14k - 5$ มีค่าเท่าใด

8. ถ้า $a = 1 + \sqrt{5}$ แล้ว $\frac{a^{\frac{5}{3}} - a^{-\frac{1}{3}}}{a^{\frac{2}{3}} + a^{-\frac{1}{3}}}$ มีค่าเท่าใด

9. มูลนิธิหนึ่งจัดสรรเงินจำนวนไม่เกิน 100,000 บาท เป็นทุนการศึกษาสำหรับนักเรียน ดังนี้

ทุนสำหรับนักเรียนมัธยมต้น ทุนละ 4,000 บาท

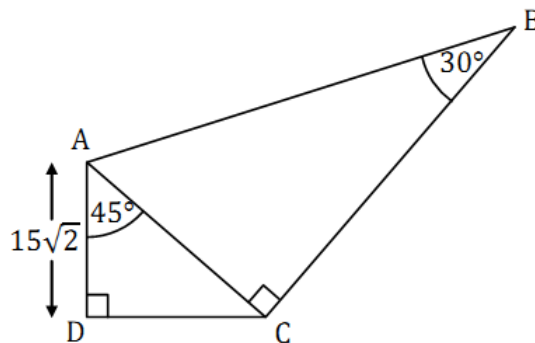
ทุนสำหรับนักเรียนมัธยมปลาย ทุนละ 6,000 บาท

ถ้ามูลนิธิกำหนดให้ จำนวนทุนสำหรับนักเรียนมัธยมต้นเป็นสองเท่าของจำนวนทุนสำหรับนักเรียนมัธยมปลาย แล้วจำนวนทุนรวมทั้งหมดมีได้มากที่สุดกี่ทุน

10. บริษัทเที่ยวทั่วไปจำกัด ต้องการจัดนำเที่ยวสำหรับกลุ่มนักท่องเที่ยวไม่เกิน 40 คน โดยมีค่าเช่ารถ 10,000 บาท และค่าใช้จ่ายอื่น ๆ 250 บาทต่อคน ถ้าบริษัทคิดค่าบริการคนละ 600 บาท แล้วจะต้องมีนักท่องเที่ยวอย่างน้อยที่สุดกี่คนบริษัทจึงจะมีกำไรไม่น้อยกว่า 2,000 บาท

11. ชายคนหนึ่งยืนอยู่ระหว่างตึกสองหลัง ถ้าชายคนนี้มองยอดตึกที่หนึ่งด้วยมุมเงย 30° แล้วหันหลังกลับ เขาจะมองเห็นยอดตึกที่สองด้วยมุมเงย 60° สมมติว่าตึกที่สองสูงกว่าที่หนึ่ง $20\sqrt{3}$ เมตร และตึกทั้งสองห่างกัน 100 เมตร ชายคนนี้จะยืนอยู่ห่างจากตึกที่หนึ่งกี่เมตร

12. กำหนดสี่เหลี่ยม $ABCD$ แสดงดังรูป โดยมีด้าน AD ยาว $15\sqrt{2}$ หน่วย แล้วด้าน AB ยาวกี่หน่วย



13. ถ้า $(\tan 60^\circ)^{2x+6} - (\cot 30^\circ)^{2x} = 13 \csc 30^\circ$ เมื่อ x เป็นจำนวนเต็ม แล้ว $x^2 + 3$ มีค่าเท่าใด

14. กำหนดลำดับของจำนวนจริง ดังนี้ $2 - \sqrt{5}, 4 - \sqrt{9}, 8 - \sqrt{13}, 16 - \sqrt{17}, \dots$

พจน์ที่ 12 เท่ากับเท่าใด

15. หมู่บ้านแห่งหนึ่งมี 35 ครัวเรือน จากการสำรวจพบว่า 25 ครัวเรือนมีรถกระบะ 20 ครัวเรือนมีจักรยานยนต์ 15 ครัวเรือนมีรถกระบะและจักรยานยนต์ ถ้าสุ่มมาหนึ่งครัวเรือน แล้วความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้ครัวเรือนที่ไม่มีรถกระบะและไม่มีจักรยานยนต์ เท่ากับเท่าใด (ตอบในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ)

16. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 8 ค่า เรียงจากน้อยไปมาก ดังนี้ 74 78 80 80 a 90 90 b
ถ้าข้อมูลชุดนี้มีพิสัยเท่ากับ 18 และมีฐานเท่ากับ 85 แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับเท่าใด

17. ผลบวกของรากทั้งหมดของสมการ $\log_5(5^{\frac{1}{x}} + 125) = \log_5 6 + 1 + \frac{1}{2x}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

18. กำหนดให้ $A(a, b)$, $B(4, -6)$ และ $C(1, -4)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม ABC
ถ้า P เป็นจุดบนด้าน AB ซึ่งอยู่ห่างจุด A เท่ากับ $\frac{3}{5}$ ของระยะระหว่าง A และ B
และเวกเตอร์ $\overrightarrow{CP} = \vec{i} + 2\vec{j}$ แล้ว $a+b$ เท่ากับเท่าใด

19. กำหนดให้ \vec{u} และ \vec{v} เป็นเวกเตอร์ใด ๆ โดยที่ $|\vec{u}| = 1$, $|\vec{v}| = 3$ และ \vec{u} ทำมุม 60° กับ \vec{v}
ถ้า $P = \frac{|\vec{u} + \vec{v}|}{|2\vec{u} - \vec{v}|}$ เมื่อ P เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว $14P^2 + 4$ มีค่าเท่าใด

20. ให้ $(x-1+i)$ และ $(x+2)$ เป็นตัวประกอบของพหุนาม $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$
ถ้า $x-3$ หาร $P(x)$ เหลือเศษเท่าไร

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

เบอร์โทรศัพท์.....โรงเรียน.....

กระดาษคำตอบ

ตอนที่ 1 (40 คะแนน)					ตอนที่ 2 (60 คะแนน)	
ข้อ	1.	2.	3.	4.	ข้อ	คำตอบ
1					1	
2					2	
3					3	
4					4	
5					5	
6					6	
7					7	
8					8	
9					9	
10					10	
11					11	
12					12	
13					13	
14					14	
15					15	
16					16	
17					17	
18					18	
19					19	
20					20	